

Subject Code : **35 (NS)**

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Total No. of questions : 50]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
2. ವಿಭಾಗ-E ನಲ್ಲಿನ ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ಭಾಗ-A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10 × 1 = 10)

1) ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.

2) $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ ದ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) ಅದಿಶ ಕೋಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.

4) $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$ ಆದರೆ, x ನ ಒಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

- 5) $y = \sin(x^2 + 5)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 6) $\int (1-x)\sqrt{x} \cdot dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 7) $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಏಕ ಸದಿಶವಾದರೆ, x ನ ಒಂದು ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 8) ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯ ದಿಶಾನುಪಾತಗಳು $2, -1, -2$ ಆಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.
- 9) ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಆಬ್ಜೆಕ್ಟಿವ್ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.
- 10) $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ ಮತ್ತು $P(E \cap F) = 0.2$ ಆದರೆ, $P(F|E)$ ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ-B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10 × 2 = 20)

- 11) $f: N \rightarrow N$ ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು $f(x) = 2x$ ಎಂದು ನೀಡಿದಾಗ, ಅದು ಒಂದು-ಒಂದು ಆಗಿದೆ ಆದರೆ ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನ ಆಗುವುದಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- 12) $x \in [-1, 1]$ ಇದ್ದಾಗ, $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
- 13) $x > 1$ ಇದ್ದಾಗ, $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}\right)$ ನ್ನು ಸರಳ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ.

14) (2, 7), (1, 1) ಮತ್ತು (10, 8)ಗಳು ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕ ಪದ್ಧತಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

15) $y = (\log x)^{\cos x}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

16) $ax + by^2 = \cos y$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

17) ಒಂದು ಘನದ ಬಾಹು x ಮೀಟರ್. ಅದನ್ನು 2% ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಾಗ, ಅದರ ಘನಫಲ V ಯ ಸನ್ನಿಹಿತ ಬದಲಾವಣೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

18) $\int \frac{1}{\cos^2 x (1 - \tan x)^2} dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) $\int \sin 2x \cdot \cos 3x dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) $\left(\frac{d^2 y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ (ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದ್ದರೆ)ಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 8$ ಮತ್ತು $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$ ಆದರೆ, $|\vec{b}|$ ಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ಸದಿಶದ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

23) $2x - y + 2z + 3 = 0$ ಎಂಬ ಸಮತಲದಿಂದ $(3, -2, 1)$ ಎಂಬ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಪರಿಹರಿಸುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{3}$ ಆಗಿವೆ. ಇಬ್ಬರೂ ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿ ಆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಪರಿಹರಿಸಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿದರೆ, ಸಮಸ್ಯೆಯು ಪರಿಹಾರಗೊಳ್ಳುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ-C

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(10 × 3 = 30)

25) \mathbb{R} (ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ)ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ, ಈ ಸಂಬಂಧವು ಆತ್ಮ ವರ್ತಕ, ಸಮಮಿತಿಯ ಅಥವಾ ಪ್ರವಾಹನೀಯವಾಗಿದೆಯೇ? ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

26) $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

27) ಮೂಲ ಪರಿವರ್ತನಾ ವಿಧಾನದಿಂದ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ಕೋಶದ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕೋಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

29) $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $x \in [-4, 2]$ ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ರೋಲನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

30) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕಡ್ಡಾಯ ಏರಿಕೆ ಆದಾಗ f ನ ವಿರಾಮಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) $\int x \cdot \log x \, dx$ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

32) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$ ಅನ್ನು ಮೌಲ್ಯೀಕರಿಸಿ.

33) ವಕ್ರರೇಖೆ $y^2 = 4x$ ಮತ್ತು ಸರಳರೇಖೆ $x = 3$ ಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) $y = ae^{3x} + be^{-2x}$ ಸಮೂಹ ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸ್ವೇಚ್ಛಾನುಸಾರ ಸ್ಥಿರಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳನ್ನು ನಿರ್ಮೂಲನಗೊಳಿಸುವ ಮೂಲಕ ರಚಿಸಿ.

35) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ಎರಡು ಸದಿಶಗಳಾಗಿವೆ. $(\vec{a} + \vec{b})$ ಮತ್ತು $(\vec{a} - \vec{b})$ ಈ ಎರಡೂ ಸದಿಶಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಒಂದು ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) $4\hat{i} + 8\hat{j} + 12\hat{k}$, $2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$, $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು $5\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}$ ಗಳು ನಾಲ್ಕು ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳು ಒಂದೇ ಸಮತಲದಲ್ಲಿವೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

37) $R(2, 5, -3)$, $S(-2, -3, 5)$ ಮತ್ತು $T(5, 3, -3)$ ಬಿಂದುಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸಮತಲದ ಸದಿಶ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

38) ಒಂದು ವಿಮಾ ಸಂಸ್ಥೆಯಲ್ಲಿ 2000 ಸ್ಕೂಟರ್ ಚಾಲಕರು, 4000 ಕಾರು ಚಾಲಕರು ಮತ್ತು 6000 ಟ್ರಕ್ ಚಾಲಕರು ವಿಮೆ ಮಾಡಿಸಿದ್ದಾರೆ. ಅಪಘಾತಗಳಾಗುವ ಸಂಭವನೀಯತೆಯು ಅನುಕ್ರಮವಾಗಿ 0.01, 0.03 ಮತ್ತು 0.15 ಆಗಿದೆ. ಅವರಲ್ಲಿ ವಿಮೆ ಮಾಡಿಸಿದ ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಅಪಘಾತಕ್ಕೊಳಗಾಗುತ್ತಾನೆ. ಅವನು ಸ್ಕೂಟರ್ ಚಾಲಕನಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(6 × 5 = 30)

39) $f: N \rightarrow Y$ ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x) = 4x + 3$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ $y = \{y \in N : y = 4x + 3 \text{ ಕೆಲವು } x \in N \text{ ಗಳಿಗೆ}\}$ ಆಗಿದೆ. f ಎಂಬ ಉತ್ಪನ್ನವು ವಿಲೋಮಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಹಾಗೂ f ನ ವಿಲೋಮ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, $A^3 - 23A - 40I = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

41) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

42) $y = \sin^{-1} x$ ಆದರೆ, $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

43) ಒಂದು x ಉದ್ದವಿರುವ ಆಯತದ ಉದ್ದವು 3 ಸೆ.ಮೀ./ನಿ ದ ದರದಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಅದರ ಅಗಲ y ಯು 2 ಸೆ.ಮೀ./ನಿ ದ ದರದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚುತ್ತಾ ಇದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $x = 10$ ಸೆ.ಮೀ, $y = 6$ ಸೆ.ಮೀ. ಆದಾಗ,

i) ಆಯತದ ಸುತ್ತಳತೆಯು

ii) ಆಯತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\frac{1}{x^2 - a^2}$ ಅನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಹಾಯದಿಂದ

$$\int \frac{1}{x^2 - 16} dx \text{ ಅನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.}$$

45) ವೃತ್ತ $x^2 + y^2 = 4$ ಮತ್ತು ಸರಳರೇಖೆ $x + y = 2$ ಗಳ ನಡುವಿನ ಕಿರಿಯ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಅನುಕಲನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) $\frac{dy}{dx} + (\sec x)y = \tan x$, $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$ ಎಂಬ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

47) ಆಂತರಿಕ್ಷದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಮತ್ತು ಒಂದು ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟೀಶಿಯನ್ ಎರಡೂ ರೂಪಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

48) ಚೆನ್ನಾಗಿ ಕಲಿಸಿರುವ 52 ಇಸ್ಪೀಟ್ ಎಲೆಗಳಿರುವ ಕಟ್ಟಿನಿಂದ ಐದು ಎಲೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಮರು ಪೂರೈಸುವ ಮೂಲಕ ತೆಗೆಯಲಾಗುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ,

i) ಎಲ್ಲಾ ಐದು ಎಲೆಗಳು ಸನಿಕೆ (spade) ಆಗುವ

ii) ಕೇವಲ ಮೂರು ಎಲೆಗಳು ಸನಿಕೆ ಆಗುವ

iii) ಯಾವ ಎಲೆಯೂ ಸನಿಕೆ ಆಗಿಲ್ಲದ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ-E

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ.

(1 × 10 = 10)

49) a) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ
 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. (6)

b) $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. (4)

50) a) ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ $z = 5x + 10y$ ಅನ್ನು ಕೆಳಕಂಡ ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೆ ಒಳಪಟ್ಟಂತೆ ಕನಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಗರಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

ನಿಬಂಧನೆಗಳು :

$$x + 2y \leq 120,$$

$$x + y \geq 60,$$

$$x - 2y \geq 0,$$

ಮತ್ತು $x \geq 0, y \geq 0$

(6)

b) $f(x) = \begin{cases} Kx + 1, & x \leq 5 \text{ ಆದಾಗ} \\ 3x - 5, & x > 5 \text{ ಆದಾಗ} \end{cases}$ ಉತ್ಪನ್ನವು $x = 5$ ರಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ, K ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ. (4)

(English Version)

- Instructions :**
1. The question paper has five Parts namely A, B, C, D and E. Answer **all** the **Parts**.
 2. Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.

PART – A

Answer **all** the **ten** questions :

(10 × 1 = 10)

- 1) Define Binary Operation.
- 2) Find the principal value of $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.
- 3) Define a scalar matrix.
- 4) Find a value of x for which $\begin{vmatrix} 3 & x \\ x & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$.
- 5) If $y = \sin(x^2 + 5)$ then find $\frac{dy}{dx}$.
- 6) Find $\int (1-x)\sqrt{x} \cdot dx$.
- 7) Find a value of x for which $x(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ is a unit vector.
- 8) If a line has direction ratios $2, -1, -2$ then determine its direction cosines.
- 9) Define objective function in Linear Programming Problem.
- 10) If $P(E) = 0.6$, $P(F) = 0.3$ and $P(E \cap F) = 0.2$ then find $P(F/E)$.

Answer **any ten** questions :

(10 × 2 = 20)

- 11) Show that the function $f : N \rightarrow N$ given by $f(x) = 2x$ is one-one but not onto.
- 12) Prove that $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$, $x \in [-1, 1]$.
- 13) Write $\cot^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}\right)$, $x > 1$ in the simplest form.
- 14) Find the area of the triangle with vertices (2, 7), (1, 1) and (10, 8) using determinant method.
- 15) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = (\log x)^{\cos x}$.
- 16) If $ax + by^2 = \cos y$ then find $\frac{dy}{dx}$.
- 17) Find the approximate change in the volume V of a cube of side x meters caused by increasing side by 2%.
- 18) Find $\int \frac{1}{\cos^2 x (1 - \tan x)^2} dx$.

- 19) Find $\int \sin 2x \cdot \cos 3x \, dx$.
- 20) Find the order and degree (if defined) of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0$.
- 21) If $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 8$ and $|\vec{a}| = 8|\vec{b}|$ then find $|\vec{b}|$.
- 22) Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$.
- 23) Find the distance of the point $(3, -2, 1)$ from the plane $2x - y + 2z + 3 = 0$.
- 24) Probability of solving specific problem independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the problem independently, find the probability that the problem is solved.

PART – C

Answer any ten questions :

(10 × 3 = 30)

- 25) Check whether the relation R in \mathbb{R} of real numbers defined by $R = \{(a, b) : a \leq b^3\}$ is reflexive, symmetric or transitive.
- 26) Prove that $\cos^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{12}{13}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{33}{65}\right)$.

27) By using elementary transformations, find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

28) If $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ then show that $\frac{dy}{dx} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$.

29) Verify Rolle's theorem for the function $f(x) = x^2 + 2x - 8$, $x \in [-4, 2]$.

30) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 7$ is strictly increasing.

31) Find $\int x \cdot \log x \, dx$.

32) Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$.

33) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = 3$.

34) Form the differential equation of the family of curves $y = ae^{3x} + be^{-2x}$ by eliminating arbitrary constants a and b .

35) Find a unit vector perpendicular to each of the vectors $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$, where $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$.

- 36) Show that the four points with position vectors; $4\hat{i} + 8\hat{j} + 12\hat{k}$, $2\hat{i} + 4\hat{j} + 6\hat{k}$, $3\hat{i} + 5\hat{j} + 4\hat{k}$ and $5\hat{i} + 8\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar.
- 37) Find the vector equation of the plane passing through the points $R(2, 5, -3)$, $S(-2, -3, 5)$ and $T(5, 3, -3)$.
- 38) An insurance company insured 2000 scooter drivers, 4000 car drivers and 6000 truck drivers. The probability of an accident is 0.01, 0.03 and 0.15 respectively. One of the insured persons meets with an accident. What is the probability that he is a scooter driver?

PART – D

Answer **any six** questions :

(6 × 5 = 30)

- 39) Let $f: N \rightarrow Y$ be a function defined as $f(x) = 4x + 3$, where $y = \{y \in N: y = 4x + 3 \text{ for some } x \in N\}$. Show that f is invertible. Find the inverse of f .

- 40) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then show that $A^3 - 23A - 40I = 0$.

- 41) Solve the following system of linear equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$

$$2x + y - z = 1$$

$$4x - 3y + 2z = 4.$$

42) If $y = \sin^{-1} x$, show that $(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$.

43) The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/min. and the width y is increasing at the rate of 2 cm/min. When $x = 10$ cm and $y = 6$ cm, find the rates of change of

- i) the perimeter and
- ii) the area of the rectangle.

44) Find the integral of $\frac{1}{x^2 - a^2}$ with respect to x and hence evaluate

$$\int \frac{1}{x^2 - 16} \cdot dx.$$

45) Using the method of integration, find the smaller area enclosed by the circle $x^2 + y^2 = 4$ and the line $x + y = 2$.

46) Find the general solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} + (\sec x)y = \tan x$,

$$\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right).$$

47) Derive the equation of a line in space passing through a given point and parallel to a given vector in both vector and Cartesian form.

48) Five cards are drawn successively with replacement from a well shuffled deck of 52 cards. What is the probability that

- i) all the five cards are spades?
- ii) only three cards are spades?
- iii) none is a spade?

PART – E

Answer **any one** of the following question :

(1 × 10 = 10)

49) a) Prove that $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^5 x}{\sin^5 x + \cos^5 x} dx. \quad (6)$$

b) Show that $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$ (4)

50) a) Minimise and Maximise $z = 5x + 10y$

subject to constraints : $x + 2y \leq 120,$

$x + y \geq 60,$

$x - 2y \geq 0,$

$x \geq 0$ and $y \geq 0$

by graphical method.

(6)

b) Find the value of K , if $f(x) = \begin{cases} Kx+1, & \text{if } x \leq 5 \\ 3x-5, & \text{if } x > 5 \end{cases}$ is continuous at $x = 5$.

(4)